

La metodología de Newton y la demostración de la realidad de la fuerza*

Newton's methodology and the demonstration of the reality of the force

Por: Sebastián Molina Betancur

G.I. Conocimiento, Filosofía, Ciencia, Historia y Sociedad
Instituto de Filosofía
Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia
E-mail: smolinab1988@gmail.com

Fecha de recepción: 13 de marzo de 2014

Fecha de aprobación: 23 de mayo de 2014

Resumen. *Algunos especialistas de Newton han sostenido que la metodología con la que éste demuestra la existencia de la fuerza se fundamenta en el tratamiento matemático de los fenómenos del movimiento, lo que se ha convertido en la lectura clásica del asunto. No obstante, esta interpretación presenta amplias limitaciones si se examina a la luz de la lectura que intérpretes como Guicciardini y Guerlac proponen. Este artículo muestra las limitaciones de la lectura clásica a la luz de esta lectura más reciente, explorando los aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza.*

Palabras clave: fuerza, mecánica racional, geometría, metodología, demostración

Abstract. *Some experts on Newton have argued that the methodology that he uses to demonstrate the existence of force is based on his mathematical approach to the phenomena of movement, which has come to be understood as a classical interpretation of the subject. However, if examined under the light of the interpretation given by authors like Guicciardini and Guerlac, this interpretation has many limitations. This article shows the limitations of the classical interpretation in light of this recent interpretation by exploring the methodological aspects of the demonstration of force.*

Keywords: force, rational mechanics, geometry, methodology, demonstration

* El presente artículo es conclusión del trabajo de investigación “Aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza en los *Principia* de Newton”, adscrito al proyecto de investigación “La identidad de autor como argumento para la credibilidad de las teorías científicas: estructuras sociales, audiencias de recepción y estrategias de presentación en la primera edición de los *Principia Mathematica* (1687) de Isaac Newton”, del grupo de investigación “Conocimiento, Filosofía, Ciencia, Historia y Sociedad”, con fecha de inicio en marzo de 2013 y finalización en septiembre de 2014, financiado por la Universidad de Antioquia.

Uno de los asuntos fundamentales entre los especialistas de Newton dedicados a la cuestión de la demostración de la fuerza en los *Principia* es mostrar cómo se relacionan las proposiciones matemáticas de los Libros I y II con el “Sistema del mundo” que se expone en el Libro III. La importancia de esta cuestión en particular radica en que gracias a la relación que Newton plantea entre las primeras proposiciones del Libro III (particularmente las proposiciones I-VIII) con algunas proposiciones de los Libros I y II (particularmente las proposiciones I, II y el corolario 6 de la proposición IV del Libro I) de su *magnum opus*, los fenómenos observados en la naturaleza pueden reducirse a explicaciones matemáticas. En efecto, como los fenómenos observados se comportan de manera semejante a las condiciones descritas en los Libros I y II, entonces la fuerza se considera un principio natural. Asimismo, es necesario considerar que previo al desarrollo de cada una de las primeras proposiciones del Libro III, Newton enuncia los fenómenos de los cuales tales proposiciones se deducen. Esto implica que en este pasaje en particular Newton pasa de la descripción de algunos fenómenos a la enunciación de las leyes matemáticas que los explican, a partir de la formulación matemática de un principio que explica el movimiento de los cuerpos tal y como se conoce a través de los experimentos y las observaciones. El problema para los especialistas es, precisamente, explicar los argumentos que ofrece Newton para afirmar la transición de los fenómenos a las leyes; en otras palabras, explicar cómo se pasa de los casos particulares a la enunciación de los principios matemáticos universales.

Recientemente intérpretes como Smith, Harper o Ducheyne han intentado mostrar cómo las proposiciones matemáticas a las que Newton se refiere en las proposiciones I a III del Libro III de los *Principia* establecen condiciones epistemológicas que le permiten a éste validar la existencia de una fuerza en la naturaleza que actúa en proporción inversa al cuadrado de la distancia y que es la causa de los fenómenos observables. Su interpretación se centra en el aspecto matemático que le permite a Newton universalizar la fuerza como causa de los movimientos de los cuerpos celestes alrededor de un cuerpo central. En efecto, estos especialistas muestran que en tanto que de las proposiciones I, II y IV del Libro I de los *Principia* se sigue la existencia de una fuerza centrípeta que actúa en proporción inversa al cuadrado de la distancia, y al comprobar empíricamente que los movimientos de los cuerpos en la naturaleza corresponden con los movimientos que se estudian en el Libro I, es necesario concluir que tal fuerza existe en el mundo. De acuerdo con estos especialistas, Newton puede afirmar que es “suficiente” la explicación matemática que ha dado del movimiento en los *Principia* en el “Escolio general” añadido para su segunda edición, precisamente porque de tal explicación

se sigue la existencia de una fuerza en la naturaleza, que actúa como causa de los fenómenos observables y que podemos describir matemáticamente.

A pesar del claro énfasis en las cuestiones relacionadas con la matematización de la fuerza, estos especialistas mencionan, a su vez, que Newton puede afirmar el carácter universal de esta no solo por las condiciones matemáticas que le otorga su estudio del movimiento, sino por las condiciones metodológicas y epistemológicas de su particular concepción de la filosofía natural. No obstante, aun cuando reconocen el valor de la metodología de investigación de Newton en el desarrollo de su demostración de la fuerza y su carácter universal, estos especialistas, reitero, se centran en el aspecto matemático de la demostración, más que en el aspecto metodológico. Esta preferencia deja de lado algunos aspectos metodológicos básicos de la demostración de la fuerza que intérpretes como Stein, Dear o más recientemente el propio Harper han intentado resaltar, con el fin de mostrar otros matices de la demostración de la universalidad de la fuerza en los *Principia*. Como se ve en las interpretaciones de estos especialistas, el tratamiento apenas tangencial de los aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza subestima su valor.

Mi propósito en este artículo es, precisamente, exponer dichos aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza en los *Principia*, con el objetivo de determinar el papel que éstos tienen en su unificación y universalización. Específicamente, me detendré en el valor que tiene la metodología de Newton, planteada particularmente en sus “Reglas para el estudio de la filosofía natural”. En efecto, mostraré que gracias al establecimiento de estas reglas Newton puede afirmar que la misma fuerza que actúa como causa de la caída de los cuerpos en la tierra es la que hace que los cuerpos celestes giren en torno a sus centros de rotación: un paso fundamental en la afirmación de la fuerza gravitacional como una cualidad universal de los cuerpos.

Siguiendo a intérpretes como Guicciardini, Guerlac, Garrison o Domski, mostraré que esto es posible debido al origen de la geometría en la mecánica que Newton plantea en el “Prefacio al lector” de la primera edición de los *Principia*. En la medida en que la geometría se encarga de reducir a proposiciones y demostraciones matemáticas los movimientos que se observan en la naturaleza, es posible establecer condiciones epistemológicas que relacionen las leyes con los fenómenos vistos. Así, en la medida en que los fenómenos naturales se estudian a partir de proposiciones geométricas, entonces los principios matemáticos que se establecen en los *Principia* deben tratar las condiciones mismas del movimiento en el mundo. En últimas, los fenómenos son susceptibles de tratamiento matemático, gracias a la relación de la geometría con la mecánica, y por ello se puede pasar de estos a las proposiciones que permiten demostrar la realidad de la fuerza y su carácter universal.

En este sentido, pretendo mostrar los aspectos metodológicos que le permiten a Newton determinar la existencia de una fuerza en la naturaleza, a partir del establecimiento del origen de la geometría en la mecánica, como lo explica en el “Prefacio al lector”. Esto exige un análisis de las proposiciones del Libro I de los *Principia* a las que Newton se refiere en el Libro III, a través de las cuales deduce la existencia de una fuerza centrípeta que actúa en proporción inversa al cuadrado de la distancia como causa del movimiento de los cuerpos en órbitas circulares. En efecto, como menciona Ducheyne: “un análisis del Libro III debe comenzar con un examen suficientemente detallado de los modelos relevantes en el Libro I” (2006: 422). El motivo fundamental son las referencias explícitas que Newton hace a las proposiciones de este libro, para demostrar las proposiciones iniciales de aquel. El apartado siguiente, entonces, se centrará específicamente en el análisis de las proposiciones I, II y el corolario 6 de la proposición IV del Libro I, donde Newton demuestra la necesidad de que haya una fuerza centrípeta que produzca los movimientos estudiados. Posteriormente, mostraré que a partir de estas referencias Newton no podía llegar a afirmar que la fuerza por la que los cuerpos celestes giran alrededor del Sol, y aquella que hace que los cuerpos pesados en la tierra caigan, es la misma; de tal suerte que es preciso para él incluir las “Reglas para el estudio de la filosofía natural” y así justificar la unificación de la fuerza y su posterior universalización. Finalmente, en el último apartado, mostraré que esto se justifica por la comprensión de la *mecánica racional* que tiene Newton, y el origen de la geometría en la mecánica, que explica y fundamenta su metodología de investigación.

La fuerza como una consecuencia matemática de las leyes de Kepler

El Libro III de los *Principia* comienza con una nota introductoria de Newton donde aclara que las proposiciones de los libros I y II se plantean en términos estrictamente matemáticos y se ilustran con algunos escolios filosófico naturales con el fin de hacerlas menos estériles para el lector poco avanzado en los procedimientos matemáticos que allí se desarrollan. En esta introducción, Newton declara que buena parte de sus proposiciones son difíciles de seguir y plantea unas guías de lectura para que el lector poco hábil en matemáticas pueda entender las proposiciones básicas donde se explica la acción de una fuerza centrípeta que actúa en proporción inversa al cuadrado de la distancia. Para Newton, “Bastará con que se lean cuidadosamente las Definiciones, las Leyes del Movimiento y las tres primeras secciones del Libro primero, para pasar luego a este Libro sobre el sistema del mundo, consultando las demás Proposiciones de los otros dos según lo requieran su arbitrio y las referencias

del texto” (1987: 459-460). Es decir, según Newton, la demostración matemática de la fuerza puede entenderse a partir de la lectura de aquellas proposiciones a las cuales se hace referencia en el Libro III y de los elementos básicos enunciados en sus definiciones y las leyes del movimiento. Por este motivo comenzaré explicando cómo las proposiciones I, II y el corolario 6 de la proposición IV del Libro I le permiten a Newton establecer la existencia de una fuerza centrípeta en la naturaleza que actúa en proporción inversa al cuadrado de la distancia.

En la proposición I del Libro I de los *Principia* se lee:

Las áreas que los cuerpos en revolución describen mediante radios trazados hasta un centro de fuerza inmóvil se encuentran en los mismos planos inmóviles y son proporcionales a los tiempos en que se describen (Newton, 1987: 74).

La demostración de esta proposición se fundamenta en la primera ley del movimiento, en el corolario primero de las leyes y en el método de las razones primeras y últimas, que mostrarán que el movimiento en revolución de un cuerpo depende de la actuación simultánea de dos fuerzas en él. Así, mientras la fuerza inercial lleva al cuerpo en línea recta, y una fuerza centrípeta hace que éste tienda hacia un punto geométrico, la conjunción de ambas fuerzas produce el movimiento orbital en torno a dicho punto que actúa, entonces, como un centro de rotación. Así, a medida que éstas producen el movimiento que se aleja de la tangente y se reduce la longitud de los tiempos periódicos de rotación, el cuerpo tiende a producir un movimiento circular. Posteriormente, Newton demuestra que la conjunción de estas fuerzas es la responsable de la proporcionalidad de los tiempos periódicos de rotación de un cuerpo en revolución.¹

En la figura 1 el movimiento inercial de un cuerpo, en un primer momento, se representa por la línea AB. De no ser interrumpido por la acción de algún tipo de fuerza, por la primera ley del movimiento, el cuerpo en un segundo momento de igual duración al primero, tendería hacia c, a través de la línea Bc que sería de igual proporción a la línea AB porque se trazan en la misma cantidad de tiempo. En este punto Newton introduce una fuerza centrípeta que actúa simultáneamente a la *vis inertiae*, lo que hace que el cuerpo se desplace desde B hacia C: “Pero cuando el cuerpo ha llegado a B supongamos que actúa una fuerza centrípeta con impulso instantáneo pero grande, y que desviando al cuerpo de la recta Bc lo obliga a continuar su movimiento siguiendo la recta BC” (Newton, 1987, p. 74). La posición del cuerpo en el punto C tras el ejercicio de la fuerza centrípeta se determina por el corolario primero de las leyes del movimiento. En efecto, en tanto que hay una

¹ Análisis de las demostraciones que hace Newton de las proposiciones I, II y IV del Libro I de los *Principia* pueden encontrarse en Ducheyne (2006) y Cohen (1987).

fuerza inercial que hace que el cuerpo se desplace en la recta Bc y otra simultánea que hace que el cuerpo se desplace en la recta BS, entonces esta interacción de fuerzas produce, como lo muestra el corolario mencionado, la recta BC.² Trazada la recta cC formando el paralelogramo BcCV, se llegará a la conclusión de que el tiempo que le toma al cuerpo para recorrer la recta BC es igual al tiempo que le toma recorrer la recta AB. Al trazar los triángulos SAB y SBC se verá, entonces, que el cuerpo ha barrido áreas iguales en tiempos iguales. Es decir, que el cuerpo cumple la ley de las áreas de Kepler, gracias a que actúan la *vis inertiae* y la fuerza centrípeta simultáneamente sobre él.

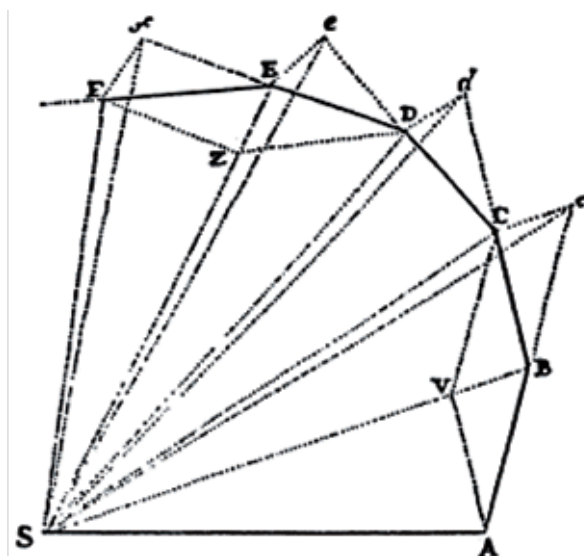


Figura 1. Proposición I y II (Newton, 1987: 75)

Una vez la explicación matemática del movimiento demuestra que la ley de las áreas de Kepler puede darse en el escenario de que confluyan una fuerza inercial y una fuerza centrípeta sobre el cuerpo, Newton introduce el método de las razones primeras y últimas, al hacer aumentar la cantidad de triángulos, haciendo decrecer su anchura de manera infinita.³

2 Cf. Newton (1987). pp. 42-43.

3 El método se desarrolla específicamente en Newton (1987). pp. 61-73.

Aumentemos ahora el número de esos triángulos y disminuyamos su anchura hasta lo infinito; por el corolario IV, Lema III, su perímetro último ADF será una línea curva con lo cual la fuerza centrípeta que desvía continuamente al cuerpo de la tangente de esa curva actuará de modo continuo; y cualesquiera áreas descritas SADS, SAFS, proporcionales siempre a los tiempos de descripción, serán en este caso también proporcionales a los tiempos (Newton, 1987: 75).

Esta proposición presenta una consecuencia importante para Newton: si los cuerpos en revolución se mueven en órbitas circulares, la fuerza centrípeta que hace que esto sea así debe actuar de forma continua sobre el cuerpo. Es decir, el cuerpo que gira en torno a un centro de revolución es afectado simultánea y continuamente tanto por una fuerza inercial que lo lleva a desplazarse hacia la tangente de la órbita, como por una fuerza centrípeta que lo lleva hacia el centro de revolución. Como vemos, Newton no solo emplea la primera ley del movimiento para demostrar la proposición, sino el corolario primero a las leyes del movimiento y el método de las razones primeras y últimas para calcular el área bajo una curva.

La proposición II desarrolla las implicaciones y consecuencias matemáticas de este tipo de entidad, que ya Newton nombró como una fuerza centrípeta, en relación con la ley de las áreas de Kepler. En otras palabras, en esta proposición Newton afirma que la regularidad de los tiempos periódicos de rotación es posible gracias a la acción de una fuerza centrípeta sobre los cuerpos que giran en torno a un centro de revolución y, dependiendo de las magnitudes de dichos tiempos periódicos, es posible cuantificar la fuerza que actúa como causa del movimiento. En esta proposición se lee:

Todo cuerpo que se mueva en cualquier curva descrita en un plano y —mediante un radio trazado hasta un punto inmóvil o que progresa con movimiento rectilíneo uniforme— describa alrededor de ese punto áreas proporcionales a los tiempos es urgido por una fuerza centrípeta dirigida hacia ese punto (Newton, 1987: 77).

Esta proposición se desarrolla particularmente gracias a la primera ley del movimiento. En efecto, gracias a ella sabemos que un cuerpo que presenta una alteración en su movimiento inercial fue afectado por una fuerza que actúa como causa de tal variación. En esta medida, en la Figura 1, debido a que sobre el cuerpo actúa una fuerza centrípeta en el punto B hacia S, entonces el movimiento del cuerpo se curva hacia C, alejándolo de su movimiento inercial hacia c. En este sentido, esta proposición reversa los elementos de la proposición anterior: pasamos del conocimiento de una fuerza por un cuerpo que se mueve de una forma específica, al conocimiento de un tipo de movimiento por el ejercicio de un tipo de fuerza. De esta manera, esta proposición prueba que la ley de las áreas de Kepler solo es posible en la medida en que exista una fuerza centrípeta que haga que los planetas

giren en torno al sol, que actúa como centro de rotación y, por tanto, como centro hacia el cual la fuerza centrípeta tiende.

Siguiendo los parámetros que establece la guía de lectura que Newton sugiere en la introducción al Libro III, vemos que las demostraciones de las proposiciones de este libro se fundamentan en las dos proposiciones que acabamos de analizar, junto al corolario VI de la proposición IV del Libro I. Tras haber mostrado en las proposiciones I y II de este libro que la ley de áreas de Kepler puede explicarse en virtud de la acción de una fuerza centrípeta, en este corolario Newton afirma que la ley de la armonía de Kepler solo puede cumplirse si la fuerza centrípeta actúa en una forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Así, Newton afirma:

Si los tiempos periódicos son como las potencias $3/2$ de los radios y, por tanto, las velocidades inversamente como las raíces cuadradas de los radios, las fuerzas centrípetas serán inversamente como los cuadrados de los radios (1987: 81-82).

En la proposición IV Newton demuestra que para que el movimiento orbital se mantenga, sin que el cuerpo se aleje hacia la tangente por la *vis inertiae* y sin que caiga sobre el cuerpo que lo atrae por una fuerza que sea muy fuerte, debe ser proporcional a v^2/r .⁴ Al considerar la proporción $3/2$ en los tiempos periódicos de rotación que establece la ley de la armonía de Kepler, la fuerza debe ser inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Como explica Ducheyne:

En la terminología moderna esto se puede demostrar como sigue. (Newton no ofrece ningún comentario a este corolario). Huygens publicó el resultado de que un cuerpo viajando en un círculo necesita una fuerza proporcional a v^2/r para mantenerse en órbita: $F = k v^2/r$. Y ya que v es igual a $2 \times \pi \times r/t$: $F = k \times 4 \times \pi^2 \times r^3/t^2 \times r$. Al multiplicarlo por r/r tenemos: $F = k \times 4 \times \pi^2 \times r^3/t^2 \times r^2$. Y ya que r^3/t^2 es una constante de acuerdo con la tercera ley de Kepler, podemos escribir: $F = (\text{constante})/r^2$. Así la tercera ley de Kepler implica una ley inversa al cuadrado, y viceversa. (2006: 424).

Como vemos, en el corolario 6 de la proposición IV del Libro I se demuestra que si los tiempos periódicos de rotación corresponden a la potencia $3/2$ de los radios trazados hacia el centro de rotación, la fuerza centrípeta debe ser inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

De acuerdo con intérpretes como Smith y Ducheyne, esta demostración matemática de la necesidad de una fuerza centrípeta que actúe en proporción inversa al cuadrado de la distancia, muestra que la fuerza es para Newton una consecuencia matemática de unas proposiciones que han sido construidas bajo el modelo argumentativo “si-entonces”: *si* un cuerpo se mueve en una órbita alrededor de un centro de rotación gracias a una fuerza centrípeta, y sus tiempos periódicos de

4 Cf. Newton (1987). p. 80. Ducheyne (2006). pp. 424-425.

rotación son equivalentes a la potencia $3/2$ de los radios trazados hacia el centro de rotación, *entonces* la fuerza centrípeta por la que se genera este movimiento debe ser inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.⁵ Newton establece unas condiciones en la magnitud del movimiento que permite determinar una proporción de la fuerza que satisface la ley de la armonía de Kepler.

Expuestas, pues, las condiciones iniciales de la demostración de la fuerza al explicar las proposiciones matemáticas que Newton esgrime como argumentos para demostrar las proposiciones iniciales del Libro III, procuraré ahora mostrar que la relación entre geometría y mecánica que Newton plantea en el “Prefacio al lector” tiene profundas implicaciones en su acercamiento matemático a la naturaleza. Como consecuencia de esto, se verá que una interpretación como la que sostienen Smith, Ducheyne o Cohen, basada en la idea de modelos matemáticos que predicen fenómenos naturales y así los explican, subestima el valor de la metodología de Newton en la demostración de la fuerza en el Libro III de los *Principia*.

De los fenómenos a las proposiciones

Las proposiciones del Libro I que Newton emplea como argumentos en las demostraciones de las proposiciones I, II y III del Libro III, así como la referencia a los fenómenos enumerados en este mismo libro, muestran el carácter matemático del estudio de Newton de la naturaleza. En efecto, como se muestra en el “Prefacio al lector”, el estudio geométrico del movimiento pretende reducir las mediciones a demostraciones y proposiciones que den cuenta de los fenómenos de la forma más exacta posible. Este es precisamente uno de los objetivos centrales de Newton en los *Principia*, como se ve de manera explícita en las líneas finales del Escolio a las Definiciones.⁶ Para especialistas como Ducheyne y Smith, la matematización que hace Newton de la naturaleza se fundamenta en el modelo argumentativo “si-entonces” de las proposiciones matemáticas. Este modelo permite deducir matemáticamente la existencia de una fuerza en la naturaleza, a partir de las condiciones matemáticas que presentan los movimientos estudiados. Como afirma Smith:

Sus [de Newton] demostradas proposiciones “si-entonces” son *inference tickets* que vinculan los movimientos a las fuerzas, las fuerzas a los movimientos y las fuerzas macrofísicas a las fuerzas microfísicas que las componen. Como Newton indica en la cita previa del Prefacio al lector a la primera edición [en la que Newton establece el propósito de la filosofía natural], el objetivo de las teorías matemáticas de los Libros 1 y 2 es establecer medios para inferir conclusiones sobre las fuerzas desde los fenómenos

5 Cf. Ducheyne (2006). Smith (2002).

6 Newton (1987). p. 39.

del movimiento y entonces demostrar los demás fenómenos desde estas conclusiones de las fuerzas. En las manos de Newton la *fuerza* es flagrantemente una cantidad teórica. El principal problema al que llevan las teorías matemáticas de Newton es encontrar modos para caracterizar las fuerzas (2002: 143).

Para Smith, en los *Principia* Newton no pretende “derivar consecuencias observables de sus axiomas” (Smith, 2002: 143), sino que su objetivo era determinar las características matemáticas de la fuerza a partir del movimiento de los cuerpos bajo unas condiciones dadas. Así, Smith afirma que la fuerza se afirma como real por el *inference ticket* que le da a Newton el tratamiento matemático del movimiento del cuerpo en una órbita: debido a que en el modelo de la naturaleza, para que se produzca un movimiento orbital deben interactuar dos fuerzas simultáneamente en un cuerpo; si esto se da en la realidad, entonces ambas fuerzas deben darse también. Esto implica que la fuerza, de acuerdo con Smith, es para Newton una entidad meramente teórica que se descubre como consecuencia de una regularidad en el movimiento de los cuerpos en un sistema ideal matemático del mundo que es *quam proxime* a la naturaleza. En este sentido, debido a que Newton establece un modelo que estudia el movimiento bajo condiciones ideales –un sistema binario de cuerpos y un espacio carente de medios resistentes-, la fuerza se deduce matemáticamente de fenómenos ideales que, al compararse con las observaciones del mundo en el Libro III de los *Principia*, podemos afirmar, explica la realidad.

Esto supone que, en la interpretación de Smith, la naturaleza se encuentra sistemáticamente alejada de los Libros I y II de los *Principia*, lo que implicaría que la fuerza, en tanto entidad teórica, solo podría corresponder a una fuerza que actúa en el mundo, en la medida en que ésta se adecúe al cuerpo de la evidencia empírica. Así lo menciona al exponer que para entender el sistema argumentativo de Newton es necesario, como por ejemplo lo hace Cohen, entender que Newton procede “de casos idealizados simples a unos progresivamente más complicados, *pero aún idealizados*” (Smith, 2002: 154).⁷ De allí que para Smith el problema con el que se enfrenta Newton es “encontrar modos para caracterizar las fuerzas”; es decir, modos para sostenerla como una explicación válida en la filosofía natural y no tan solo como una consecuencia teórica de las proposiciones matemáticas que estudian el movimiento de los cuerpos en modelos ideales de la naturaleza.

Ducheyne presenta de manera refinada un argumento semejante al de Smith. Para este, remitiéndose a la interpretación de Smith, Newton construye dos tipos de proposiciones en el Libro I de los *Principia*, que se sostienen ambas por el modelo argumentativo “si-entonces”:

⁷ Las cursivas son mías.

Argumentaré que Newton en el Libro I construyó dos proposiciones “si-entonces”: las cuales le permitieron proceder desde los fenómenos a la teoría: (1) el primer tipo le permite a uno inferir las fuerzas centrípetas del tipo del inverso del cuadrado de la distancia que producen el movimiento kepleriano y (2) el segundo tipo ya asume las fuerzas centrípetas del tipo del inverso del cuadrado de la distancia y mira más allá a las consecuencias (matemáticas) (por ejemplo, ¿qué sucederá en un sistema de varios cuerpos compuesto de muchas fuerzas centrípetas del tipo del inverso del cuadrado de la distancia interactuando?) (Ducheyne, 2006: 421).⁸

Las proposiciones del primer tipo las llama *abductive inference-tickets*; mientras que las del segundo tipo las llama *ex-hypothesi inference-tickets*.⁹ Para Ducheyne, las proposiciones “si-entonces” que Smith afirma que Newton emplea en los Libros I y II de los *Principia* corresponden tan solo a los *abductive inference-tickets*, pues con ellas “uno puede inferir una fuerza central variando inversamente como el cuadrado de la distancia que produce el movimiento kepleriano” (Ducheyne, 2006: 421). Pero con estas solas proposiciones no se podría argumentar el carácter universal de la gravedad, ni sostener las demostraciones que realiza Newton en el Libro III. En este sentido, Newton desarrolla explicaciones de la naturaleza a partir del ejercicio de un tipo de fuerza en ella: las proposiciones basadas en los *ex-hypothesi inference-tickets* “le permiten a uno inferir las consecuencias matemáticas que están más allá una vez que se establece que una fuerza centrípeta del tipo del inverso del cuadrado de la distancia está activa” (Ducheyne, 2006: 421). Este refinamiento de Ducheyne de la idea de las proposiciones “si-entonces” de Smith se fundamenta, como se evidencia en otros de sus textos, en el desarrollo del método analítico-sintético por parte de Newton. Para Ducheyne, Newton toma el método analítico-sintético de las matemáticas con el fin de mostrar que gracias al análisis es posible descubrir las fuerzas que actúan como causas del movimiento; mientras que la síntesis se encarga de demostrar las fuerzas a partir del tratamiento matemático que se hace de ellas.¹⁰ Pero, extrañamente, no afirma que esto sea un elemento central en el argumento de Newton de la realidad de la fuerza universal, pues su hincapié está en la explicación de cómo los *inference-tickets* le permiten a Newton explorar las consecuencias de unos principios matemáticos en la filosofía natural, considerándolo como un filósofo natural más que como un matemático.¹¹

8 En Ducheyne (2012). pp. 81-84 se puede ver que Ducheyne hace más específico el desarrollo de distintos tipos de *inference-tickets*, pero para mantener la diferencia con Smith será suficiente con señalar los acá expuestos.

9 Cf. Ducheyne (2006). p. 421.

10 Cf. Ducheyne (2012). pp. 3-54.

11 Una crítica sobre este enfoque puede encontrarse en Henry (2013).

Como he venido mencionando, las interpretaciones de Smith y Ducheyne deben entenderse bajo la idea más general de que los Libros I y II de los *Principia* representan modelos matemáticos de la naturaleza, que le permiten a Newton explorar todas las condiciones matemáticas del movimiento, sin la necesidad de preocuparse por las cuestiones referidas a la naturaleza física de la causa. En tanto modelos matemáticos ideales y simplificados de la naturaleza, la fuerza que se descubre a partir de ellos tiene un carácter estrictamente teórico, lo que supone la necesidad del desarrollo de un conjunto de proposiciones que muestren cómo Newton relaciona la teoría con la naturaleza. De acuerdo con estos especialistas, las referencias de las proposiciones I y II del Libro III a las proposiciones I, II, IV y XLV del Libro I cumplen específicamente este propósito. Al utilizarlas como argumentos para demostrar las proposiciones que caracterizan el movimiento de cuerpos no en modelos matemáticos del mundo sino en el mundo mismo, estas proposiciones explican las condiciones de la naturaleza, que son reveladas por las observaciones y los experimentos. En otras palabras, de acuerdo con estos especialistas, el mundo aparece en el Libro III de los *Principia* gracias a que el carácter “si-entonces” de las proposiciones de los Libros I y II hace que los modelos matemáticos de la naturaleza logren explicar los fenómenos que se observan en ella, en la medida en que hay una correspondencia entre los fenómenos y los movimientos que se estudian en los dos primeros libros de los *Principia*. De tal suerte que es posible afirmar que la fuerza no debe existir tan solo como una entidad teórica, sino que su existencia debe ser real, porque se demuestra por un sofisticado modelo matemático del mundo que replica las condiciones observadas en la naturaleza. En este sentido, es posible entender a qué se refiere Newton cuando afirma en el “Escolio general” que es “suficiente” la explicación que ha dado del movimiento para determinar la realidad de la fuerza: la fuerza es una consecuencia matemática de las proposiciones que caracterizan un modelo ideal del mundo que replica las condiciones del mundo real, lo que determina, asimismo, la realidad de esta.

Sin embargo, la idea de un progresivo realismo matemático que esta interpretación supone es limitada para comprender a qué se refiere este cuando afirma en el “Escolio general” que “En esta filosofía las proposiciones particulares se infieren a partir de los fenómenos, para luego generalizarse mediante la inducción” (1987: 621). Al considerar que la fuerza centrípeta es una consecuencia matemática del movimiento de un cuerpo que al girar en una órbita cumple la ley de las áreas y la ley de la armonía keplerianas, se pierde de vista el carácter empírico del descubrimiento de la fuerza, que el propio Newton afirma en el “Prefacio al lector”. Un asunto no menor, considerando que a partir del descubrimiento

empírico de la fuerza se pueden postular entidades matemáticas que pretendan explicarla. El descubrimiento de la fuerza, como se evidencia en el “Prefacio”, se da por medio del análisis sobre los fenómenos del movimiento. A través de ellos, se deduce la existencia de una fuerza centrípeta que actúa como su causa. Gracias a que la fuerza se descubre empíricamente, entonces pueden postularse entidades matemáticas para intentar determinar las condiciones en que tal fuerza actúa en la naturaleza. La explicación matemática de estos fenómenos hace parte de la etapa sintética del método, lo que supone que la demostración matemática de la fuerza, que es ciertamente la etapa visible del método, es tan solo la etapa final de esta metodología.¹² Es decir, afirmar, como lo hacen Ducheyne y Smith, que el análisis matemático de los movimientos lleva al descubrimiento matemático de una fuerza centrípeta por medio de los *inference-tickets* no logra explicar las condiciones empíricas del descubrimiento de la fuerza, a las que Newton se refiere explícitamente en distintos lugares de su obra. Es, en últimas, una negación del carácter empírico de las matemáticas de Newton, que va en contravía con la idea del origen de la geometría en la mecánica. En efecto, Newton afirma que la geometría tiene como objetivo la explicación exacta del movimiento de los cuerpos. En la medida en que dicho movimiento se produzca por una fuerza natural, entonces el origen empírico de la geometría articula las matemáticas y la filosofía natural en el desarrollo de explicaciones precisas a partir de demostraciones y proposiciones de los movimientos que se observan en la naturaleza. Cuando dichos movimientos se conocen, pueden postularse movimientos supuestos, a través del planteamiento de modelos matemáticos del mundo, tal como se hace en los Libros I y II de los *Principia*. Pero, reitero, esto sólo es posible, como lo muestran Guicciardini y Guerlac, gracias a que la fuerza que produce los movimientos se deduce desde los fenómenos mismos.

Creo que el problema fundamental de las interpretaciones de Ducheyne y Smith es que subestiman el valor que tienen los aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza en el Libro III de los *Principia*. Para estos especialistas, el argumento para demostrar la acción de una fuerza centrípeta en la naturaleza, así como su carácter universal, se centra en la capacidad que tiene el tratamiento matemático del movimiento, a partir de la postulación de modelos del mundo, de lograr replicar las condiciones que se observan en la naturaleza. Tal como lo describe Smith al comparar los distintos enfoques del acercamiento matemático a la naturaleza de Galileo, Huygens y Newton:

12 Cf. Guerlac (1973). Guicciardini (2009). pp. 309-327.

las teorías matemáticas del movimiento de Huygens y Galileo están primeramente dirigidas a explicar y predecir los fenómenos. Las teorías matemáticas de los Libros 1 y 2 de los *Principia* no tienen este objetivo. En contraste, su objetivo es *entregar una base para especificar experimentos y observaciones por medio de los cuales el mundo empírico pueda entregar respuestas a las preguntas*- esto en contraste a conjeturar respuestas y entonces probar las implicaciones de estas conjeturas (2002: 147).¹³

La afirmación de que éste es el objetivo de los *Principia* presenta serios inconvenientes para lograr caracterizar el *magnum opus*. En primer lugar, puesto de esta manera, los *Principia* estarían escritos con la misma intención con la que Newton escribe las “Queries” de la *Opticks*. Con ellas, recordemos, Newton pretende dejar problemas que por la falta de evidencia empírica no puede resolver, pero que se plantean “para que una investigación ulterior sea hecha por otros” (Newton, 2003: 339). Esto implicaría que los *Principia* están escritos a manera de hipótesis, esperando por evidencia empírica para probar el valor de sus afirmaciones. Y aunque, por el modo negativo en que se plantean las preguntas, las “Queries” puedan tener respuestas tentativamente ciertas para Newton, este carácter probable es inconsistente con la intención de Newton de explicar de la forma más exacta posible –gracias a la geometría– los movimientos de los cuerpos y las fuerzas que se siguen para que estos se den.

La caracterización del objetivo de los *Principia*, según Smith, no puede ser correcta, en segundo lugar, porque el tratamiento matemático del movimiento de los cuerpos en los modelos ideales del mundo que Newton esboza en los Libros I y II de los *Principia* le permite, de acuerdo con esta interpretación, establecer condiciones que se testearán con la data observacional. Esto implica que los fenómenos que Newton describe al comienzo del Libro III están estratégicamente diseñados por él mismo para responder a la pregunta fundamental que, según esta interpretación, queda por explorar a esta altura del texto en los *Principia*: ¿existe la fuerza centrípeta en la naturaleza? Una respuesta afirmativa se puede dar, como lo suponen las interpretaciones de Ducheyne y Smith, gracias al carácter explicativo de una fuerza inferida matemáticamente y a los *inference-tickets* que ésta otorga. Sin embargo, esto reduce la articulación de las matemáticas con la filosofía natural en los *Principia* a las relaciones que el propio Newton plantea en las proposiciones I y II del Libro III con las proposiciones I, II, IV y XLV del Libro I, dejando de lado la mención del origen empírico de las matemáticas que el propio Newton plantea en el “Prefacio al lector” de la edición de 1687 de los *Principia*. Como afirma Ducheyne:

Evidentemente estas proposiciones “si-entonces” se usarán en los argumentos de Newton para la gravitación universal. Ellas vinculan los fenómenos con las fuerzas que los

13 Las cursivas son mías.

producen. Hay más: también se mostrará que Newton necesitó estrategias inferenciales: pasos inductivos, experimentos mentales y el principio de “misma-causa-mismo-efecto”. (2006: 421-422).

Smith sostiene una posición semejante a esta cuando afirma que “En las manos de Newton la *fuerza* es flagrantemente una cantidad teórica. El principal problema al que llevan las teorías matemáticas de Newton es encontrar modos para caracterizar las fuerzas” (2002: 143). La respuesta a este problema está, precisamente, en las referencias que Newton hace en las proposiciones mencionadas. Debido a que los fenómenos muestran que hay un movimiento de cuerpos en una órbita barriendo áreas igual en tiempos iguales y girando con un tiempo periódico de rotación proporcional a la potencia $3/2$ de un radio trazado al centro de rotación, entonces es posible afirmar que estos cuerpos se adecúan a las condiciones matemáticas que fueron establecidas en el Libro I de los *Principia*, lo que significa que el modelo replica con éxito las condiciones que se observan en la naturaleza misma. Esto supone que en Libro III de los *Principia* hay una adecuación de las observaciones de los fenómenos a los modelos matemáticos del mundo de los Libros I y II, de tal suerte que toda explicación y predicción que se haga en éstos debe corresponder con aquellas. Pero, ¿es la correspondencia entre la explicación matemática y los fenómenos un argumento suficiente para determinar que tal explicación supone la existencia de una fuerza en la naturaleza? En otras palabras, ¿el paso de los fenómenos a las leyes y viceversa se refleja únicamente en la referencia de las proposiciones I y II del Libro III a un par de proposiciones del Libro I? En este contexto, ¿qué sentido tendría incluir tantas proposiciones en los Libros I y II que no apuntan a la demostración de la realidad de la fuerza?¹⁴ Estos problemas, reitero, se derivan de una interpretación estrecha del valor de los aspectos metodológicos en la demostración de la fuerza como la que presentan Ducheyne y Smith.

Lo que estos intérpretes apenas mencionan es que para la demostración de la fuerza y su universalización son fundamentales las “Reglas para el estudio de la filosofía natural” del Libro III de los *Principia*. Ya hemos visto que en la cita anterior Ducheyne las considera como “estrategias inferenciales”, pero no como elementos constitutivos determinantes de la demostración. Asimismo, para Smith, las “Reglas” son condiciones para la inducción de los fenómenos, y la predicción y retrodicción de los mismos: “Los fenómenos que él [Newton] lista al comienzo del Libro 3 envuelven primero proyecciones de observaciones discretas a reglas orbitales que llenan los vacíos entre estas observaciones, y entonces estas reglas

14 Una crítica sobre este asunto en particular respecto al progresivo realismo que supone el “estilo de Newton” puede encontrarse en Orozco (2009). pp. 99-126.

se proyectan hacia un pasado y un futuro indefinidos” (Smith, 2002: 160). Sin embargo, como se muestra también en las interpretaciones de Harper, Guicciardini y Spencer, estas reglas tienen un papel más fundamental en la demostración de la realidad de la fuerza y su carácter universal que la “simple” extensión de las observaciones individuales.¹⁵

De acuerdo con Newton, el movimiento orbital de los satélites de Júpiter y Saturno en torno a sus respectivos planetas, así como el de los planetas primarios en torno al Sol, cumplen la ley de las áreas y de la armonía de Kepler. Lo que salta a la vista, contrario a lo que muestran Smith y Ducheyne, es que Newton en ningún momento de estas proposiciones afirma que debido a esta correspondencia debe existir una fuerza centrípeta que actúe como la causa de tales movimientos. Es justo lo contrario, debido a la interacción de las fuerzas se producen los movimientos. Como se ve, por ejemplo, en la proposición 1:

Prop. 1. Que las fuerzas por las que los planetas circunjovianos son continuamente apartados de un movimiento rectilíneo y retenidos en sus órbitas adecuadas tienden hacia el centro de Júpiter y son inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias de los lugares de dichos planetas (Newton, 1987: 471).

Esta formulación de las proposiciones implica que la fuerza centrípeta que tiende hacia Júpiter y hacia el Sol es anterior a las proposiciones mismas, pues la fuerza no aparece como una consecuencia del movimiento, sino como la causa del mismo. Que la fuerza es un supuesto para las proposiciones del Libro III solo puede quedar claro a partir de la lectura del “Prefacio al lector” de la primera edición de los *Principia*. Como vemos, en la medida en que en los dos primeros libros no se describen fenómenos, como el propio Newton insiste en diversos lugares de los *Principia*, sino que allí aparece estrictamente el tratamiento matemático de movimientos que pueden ser tanto reales como aparentes, entonces el descubrimiento empírico de la fuerza debe ser anterior a los *Principia*, lo que le da la razón a las interpretaciones de Guicciardini y Guerlac.

La regla 1, que sostiene una economía explicativa al reducir el número de causas posibles en las explicaciones de los fenómenos al mínimo, establece condiciones epistemológicas para la demostración de la fuerza como causa del movimiento de los cuerpos. Enraizada en el establecimiento de una ontología simple del mundo, esta regla le permite a Newton afirmar que en la medida en que las condiciones del movimiento de los satélites de Júpiter y Saturno, y las de los planetas primarios son regulares, entonces una sola causa debe ser la responsable

15 Peter Dear explica que esta es una de las justificaciones del desarrollo de un tipo de experimentación particular por diversos empiristas del siglo XVII. Cf. Dear (1995). pp. 11-31.

de que esto suceda. La fuerza centrípeta que se describe en las proposiciones referidas del Libro I, debe ser la causa del movimiento de los cuerpos, pero no porque corresponda con el modelo ideal del mundo que se plantea en este libro, sino porque las regularidades de los fenómenos y las condiciones epistemológicas de las “Reglas” muestran que debe ser una sola causa la responsable de que esto suceda. Esta causa, como se mostró líneas arriba, se deduce desde los fenómenos mismos, de tal suerte que su matematización tan solo lleva a términos legaliformes una regularidad observada en la naturaleza. Esta traducción de una regularidad a una ley se da por las condiciones epistemológicas que establece la matematización de la naturaleza, en la forma particular en que Newton la comprende. Y en este sentido, es posible afirmar que las matemáticas replican las condiciones del mundo, gracias a que logran caracterizar una fuerza que se descubre desde los fenómenos mismos. Contraria a la idea de un progresivo realismo matemático que hace que el modelo del mundo se vaya haciendo cada vez más complejo hasta que logre captar algunos rasgos de la realidad, esta idea considera que el estudio del movimiento en los *Principia* puede darse en términos de condiciones ideales, siempre y cuando esas condiciones reflejen rastros de la realidad, que se conocen previamente por la experimentación y la observación. Es en este sentido que Newton afirma en el Escolio a las Definiciones que

En lo que sigue, una explicación más completa se dará de cómo determinar movimientos verdaderos de sus causas, efectos y diferencias aparentes, e, inversamente, de cómo determinar de los movimientos, sean reales o aparentes, sus causas y efectos. Para este propósito compuse el siguiente tratado (1999: 415).

Los movimientos que se estudian en los *Principia* pueden ser reales o no, porque la primera parte del estudio se da por supuesta: la fuerza, como causa del movimiento, se da por dada y los “movimientos, sean reales o aparentes” pueden permitir el establecimiento de las condiciones matemáticas de la fuerza que los produce y que debe, en la medida en que se conoce primariamente por los movimientos reales, ser real y existir en la naturaleza. El asunto es el orden en el que la observación y los experimentos aparecen en el argumento. Así pues, es posible afirmar que el mundo no se encuentra tan solo en el Libro III de los *Principia*, sino que las proposiciones matemáticas de los Libros I y II demuestran las condiciones observadas en el mundo, reduciendo a demostraciones y proposiciones las mediciones de los movimientos. La razón fundamental es que, aunque se describan condiciones ideales, las fuerzas que los producen deben ser reales, porque se han seguido de los movimientos reales que se conocen a partir de la observación y los experimentos. Sobre este asunto en particular me detendré en detalle en el siguiente apartado.

En el caso de las proposiciones IV a VIII en las que se unifica y se universaliza la fuerza, el papel de los aspectos metodológicos es incluso más determinante. La proposición IV se caracteriza por la ausencia de referencias a algún fenómeno del Libro III o a alguna proposición de los Libros anteriores. En contraste, Newton emplea las mediciones realizadas por diversos astrónomos de la distancia media de la luna a la tierra y los experimentos con péndulos de Huygens, con el fin de probar que la fuerza que hace que la luna grave hacia la tierra es la fuerza gravitatoria que hace que los cuerpos pesados caigan sobre ella.

La conclusión a la que llega Newton en esta proposición le permite unificar las diversas fuerzas en una sola, a partir del empleo de las reglas I y II. En la medida en que la fuerza centrípeta que hace que la Luna gire alrededor de la Tierra actúa en proporciones semejantes a la que hace que los cuerpos pesados caigan sobre ella, entonces debe ser una sola fuerza la responsable de ello. Como vemos, la unificación procede de un principio ontológico de la naturaleza, en el que se entiende que “ella no hace nada en vano y es vano mucho cuando basta con poco” (Newton, 1987, 461), y de las reglas que le permiten sostener una economía explicativa y una simetría causal. En tanto que la fuerza actúa en proporciones semejantes, la fuerza centrípeta y la fuerza de la gravedad deben ser la misma.

En la medida en que los fenómenos de la caída de los cuerpos y los de los movimientos de los cuerpos celestes en torno a un centro de rotación producen leyes matemáticamente equivalentes es necesario sostener que deben tener la misma causa. Esta utilización de las reglas I y II, además, se refrenda por la regla IV, que nos limita en nuestras explicaciones del mundo a aquellas que se deducen desde los fenómenos. En este sentido, en tanto que las fuerzas se deducen desde los fenómenos y se unifican gracias a las leyes matemáticas con que se describen, entonces es necesario excluir otro tipo de explicaciones, como que la fuerza centrípeta es distinta a la fuerza gravitatoria. En otras palabras, el conjunto de reglas plantean unas condiciones epistemológicas para la unificación de la fuerza que hacen que la demostración de que es la fuerza gravitatoria la responsable de los movimientos de los cuerpos celestes en torno a su centro de rotación sea posible. En contraste, las interpretaciones de Smith y Ducheyne, no permiten comprender cómo pasa Newton de una fuerza centrípeta que actúa como causa de unos fenómenos a una fuerza gravitacional universal que es responsable de los movimientos que observamos en los cuerpos celestes y de la caída de los cuerpos pesados en la Tierra.

Una vez unificada la fuerza, Newton retoma las reglas I, II y IV para afirmar la universalización de esta en el escolio a la proposición V del Libro III:

La fuerza que retiene a los cuerpos celestes en sus órbitas ha sido hasta ahora denominada fuerza centrípeta. Sin embargo, tras haber demostrado que no puede ser sino una fuerza gravitatoria, desde este momento la llamaremos gravedad. Pues la causa de la fuerza centrípeta que retiene a la luna en su órbita se extenderá a todos los planetas, según las reglas 1, 2 y 4 (Newton, 1987: 476).

La demostración de que la fuerza gravitatoria es universal es el producto de un comportamiento regular en la naturaleza, que se describe por un conjunto de principios matemáticos. La demostración matemática solo describe la regularidad que se observa en el mundo, lo que significa que la demostración de la gravedad como causa universal del movimiento de los cuerpos depende necesariamente de la observación de los fenómenos y de su descripción matemática. La interpretación de Ducheyne y Smith, en la medida en que supone que la fuerza se descubre matemáticamente, no puede llegar a esta conclusión, pues los fenómenos solo serían parte de los mecanismos desarrollados por Newton para constatar la existencia de la fuerza, no la fuente donde ésta se descubre.

Como hemos visto, los aspectos metodológicos de la demostración de la fuerza tienen un papel determinante para comprender la formulación de la fuerza gravitacional como la causa de fenómenos tan amplios en la naturaleza como la caída de los cuerpos y la traslación de los cuerpos celestes alrededor de un centro de rotación. Pero este enfoque particular debe contextualizarse en una concepción más general de la filosofía natural de Newton, que muestre con qué argumentos Newton justifica esta particular forma de matematización de la naturaleza. El propósito del siguiente apartado es explicar precisamente esta función de los aspectos metodológicos en virtud de la articulación que Newton plantea entre filosofía natural y matemáticas, gracias al origen de la geometría en la mecánica que ya he caracterizado en el capítulo anterior.

La mecánica, la geometría y la demostración de la realidad de la fuerza

El tratamiento matemático del movimiento por Newton se justifica por la idea de que la geometría se fundamenta en la mecánica. En efecto, las proposiciones y demostraciones matemáticas sólo son posibles gracias a que las figuras han sido trazadas mecánicamente. En este sentido, en la medida en que la mecánica se emplea “principalmente en el movimiento de los cuerpos” (Newton, 2011: 6), la geometría se encarga de reducir a demostraciones y proposiciones matemáticas las magnitudes de los movimientos de los cuerpos que se observan en la naturaleza, para determinar de la forma más exacta posible tales magnitudes. Esto le permite a Newton asegurar en el “Prefacio al lector” que el tratamiento geométrico del movimiento sólo es

posible en la medida en que se descubra en la naturaleza las fuerzas que operan como causas para que dichos movimientos se ejecuten. Es decir, en la medida en que para poder realizar demostraciones sobre las figuras geométricas es necesario conocer cómo se trazan estas, para poder explicar geométricamente el movimiento es necesario saber cómo se produce. Como muestran Guicciardini, Guerlac, Domski y el mismo Ducheyne, esto es posible debido al uso de Newton del método de análisis y síntesis matemático, a través del cual se puede descubrir la fuerza que actúa como causa de los movimientos (análisis) y demostrar matemáticamente dichos movimientos (síntesis) una vez se da por supuesta la fuerza. Una de las consecuencias más importantes de suponer la existencia de la fuerza en la etapa sintética es la desaparición de cualquier rastro del análisis en las demostraciones sintéticas de los movimientos. Como explica Guicciardini:

[Newton] dejó claro que un problema se puede resolver únicamente a través de la composición y que en su solución no se necesita darle espacio a ningún criterio algebraico. La composición sintética es perfecta únicamente cuando el análisis se olvida y elimina. La composición o la síntesis deben ser llevadas a cabo de tal modo que ningún trazo del análisis sea evidente. (2009: 311).

Una vez se descubre la fuerza por medio del análisis que se hace sobre los fenómenos en la naturaleza, la demostración geométrica de la misma no necesita hacer referencia alguna a tal análisis. Para Newton, entonces, la fuerza se supone como dada en los *Principia*; y así en el *magnum opus* éste se encarga de demostrar matemáticamente el movimiento de los cuerpos, a partir de la consideración de la existencia de un tipo de fuerza en la naturaleza. Al considerar esto, se resalta el origen empírico de la fuerza, que tras descubrirse en la naturaleza, pasa a ser el presupuesto básico de las demostraciones de los movimientos. Efectivamente, en la medida en que se conoce que hay una fuerza actuando en la naturaleza para producir los movimientos que se observan, entonces es posible reducir a explicaciones matemáticas los movimientos de los cuerpos; justo de la misma manera en que es posible estudiar las figuras geométricas porque han sido trazadas mecánicamente antes de desarrollar su demostración geométrica.

Es importante resaltar el aspecto matemático de la demostración, que se garantiza debido a que la naturaleza se estudia desde la *mecánica racional* que permite, según Newton, no solo descubrir las fuerzas que actúan en la naturaleza, sino demostrarlas a partir de proposiciones matemáticas, que pretenden ser lo más exactas posibles. El hecho de que las demostraciones no necesiten exponer las condiciones que en el análisis permitieron descubrir las causas de los fenómenos, más aún, el hecho de que la perfección de la demostración radique en la ausencia de

referencia alguna de dicho análisis, implica que en el desarrollo de las proposiciones matemáticas no es necesario referirse a las condiciones del descubrimiento de la fuerza

Esta línea interpretativa más reciente, de hecho, permite entender bajo qué consideraciones Newton puede emplear la fuerza como un supuesto en las proposiciones matemáticas con las que se demuestran las leyes de Kepler en el Libro I. Es decir, permiten comprender que las demostraciones matemáticas, aun cuando no tratan acerca de los fenómenos, se refieren a la naturaleza tal y como la conocemos a partir de las observaciones y los experimentos. En efecto, Newton en algunos pasajes de las proposiciones I y II del Libro I introduce a la fuerza en el sistema como un supuesto que hace que los cuerpos se curven, alejándose del punto al que lo llevaría su movimiento inercial. Esto se puede ver en la demostración de la proposición I del Libro I, cuando Newton afirma: “Pero cuando el cuerpo ha llegado a B *supongamos* que actúa una fuerza centrípeta con impulso instantáneo pero grande, y que desviando al cuerpo de la recta Bc [en la Figura 1] lo obliga a continuar su movimiento en la recta BC” (1987: 74).¹⁶

La realidad de la fuerza se determina a partir de las implicaciones que el método de análisis y síntesis tiene para caracterizarla: el análisis permite descubrir la fuerza en la naturaleza y una vez descubierta, se considera como un supuesto para explicar el movimiento de los cuerpos. Así, de hecho, “la composición [o síntesis] se convierte en una verdadera demostración solo cuando todos los rastros del proceso analítico, heurístico, complejo y tortuoso se eliminan” (Guicciardini, 2009: 312). Considerando esto es posible entender el propósito dual de los *Principia*: estudiar las fuerzas que se siguen de movimientos, ya sean reales o aparentes, y el movimiento real desde una fuerza, que se sabe que es real porque se descubre a partir del análisis que se hace sobre los fenómenos. En este sentido, es posible afirmar que los Libros I y II de los *Principia* plantean modelos simplificados del mundo, en la medida en que éstos estudian qué movimientos se siguen del ejercicio de una fuerza.

A mi modo de ver, el mismo modo en que Newton escribe algunas de las proposiciones matemáticas de su *magnum opus* refleja el presupuesto de una geometría que se utiliza para demostrar los movimientos que han sido mecánicamente producidos. En otras palabras, la construcción de los enunciados en las proposiciones denotan la existencia de una fuerza que se da por obvia en los *Principia*, de tal suerte que la demostración matemática se hace posible sin necesidad

¹⁶ Las cursivas son mías.

de incurrir en un estudio de las condiciones de su descubrimiento. Tomemos como ejemplo la proposición II del Libro I:

Todo cuerpo que se mueva en cualquier curva *descrita* en un plano y –mediante un radio *trazado* hasta un punto inmóvil o que progresa con movimiento rectilíneo uniforme– describa alrededor de ese punto áreas proporcionales a los tiempos es urgido por una fuerza centripeta dirigida hacia ese punto. (Newton, 1987: 77).¹⁷

La demostración geométrica solo es posible porque las curvas se “describen” y los radios son “trazados”, lo que significa que el trazo mecánico de las figuras geométricas permite el planteamiento de las demostraciones geométricas que, de otro modo, tendrían que hacerse sobre movimientos imaginados. En otras palabras, las demostraciones geométricas están enraizadas en una comprensión de las matemáticas vinculadas estrechamente con la experiencia. Como el propio Guicciardini lo menciona: “Newton a menudo insistió también sobre el hecho de que las magnitudes del método fluxional son accesibles a la experiencia perceptual” (2009: 314). Para comprender entonces cómo se articulan las matemáticas y la filosofía natural gracias al origen de la geometría en la mecánica, es necesario entender que las magnitudes que se reducen a demostraciones matemáticas, que son el objeto de estudio de la geometría, se observan en la naturaleza.

En este sentido, cuando Newton afirma en el “Escolio general” que es suficiente las demostraciones de los movimientos que ha hecho para determinar la realidad de los principios matemáticos que ha establecido, esto significa que la demostración matemática logra dar cuenta de los movimientos que se siguen si una fuerza como la del inverso del cuadrado de la distancia actúa en la naturaleza. Las proposiciones no son construidas, entonces, a la manera de *inference-tickets*, sino con el presupuesto ontológico de una fuerza en la naturaleza, que se descubre desde los fenómenos y que se explica matemáticamente, lo que permite, a través del empleo de las “Reglas para el estudio de la filosofía natural”, su universalización y demostración.

Bibliografía

Cohen, I. B. (1980). *La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas*. Solís S., C. (Trad.). Madrid: Alianza.

_____ (1987). Newton’s third law and universal gravitation. *Journal of the History of Ideas*, 48 (4), pp. 571-593.

¹⁷ Las cursivas son mías.

- _____ (1999). A Guide to Newton's Principia. En Newton, I. (1999). *The Principia. Mathematical Principles of Natural Philosophy* (pp. 1-370). Cohen, I. B. & Whitmann, A. (Trad.). Budenz, J. (Asis.). Berkeley: University of California Press.
- _____ (2002). Newton's concepts of force and mass, with notes on the Laws of motion. En Cohen, I. B. & Smith G. E. (Eds.). *The Cambridge Companion to Newton* (pp. 57-84). Cambridge: Cambridge University Press.
- Cohen, I. B. & Smith G. E. (Eds.). (2002). *The Cambridge Companion to Newton*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ducheyne, S. (2006). "The argument(s) for universal gravitation". En *Foundations of Science*, Vol. 11, pp. 419-447.
- _____ (2012). *The Main Business of Natural Philosophy. Isaac Newton's Natural Philosophical Methodology*. Dordrecht: Springer.
- Garrison, J. W. (1987). Newton and the relation of mathematics to natural philosophy. *Journal of the History of Ideas*, 48(4), pp. 609-627.
- Guerlac, H. (1973). Newton and the method of analysis En Wiener, P. (Ed.). *Dictionary of the history of ideas* (pp. 378-391). Vol. 3. New York: Charles Scribner's sons.
- Guerlac, H. & M. C., Jacob. (1969). Bentley, Newton, and providence: The Boyle Lectures once more. *Journal of the History of Ideas*, 30(3), pp. 307-318.
- Guicciardini, N. (1998). Did Newton use his calculus in the *Principia*? *Centaurus*, 40(3-4), pp. 303-344.
- _____ (1999). *Reading the Principia: The Debate on Newton's mathematical Methods of Natural Philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge: Cambridge University Press.
- _____ (2002). Analysis and synthesis in Newton's mathematical work. En Cohen, I. B. & Smith, G. E. (Eds.), *The Cambridge Companion to Newton* (pp. 308-328) Cambridge: Cambridge University Press.
- Harper, W. L. (2002). Newton's argument for universal gravitation. En Cohen, I. B. & Smith, G. E. (Eds.), *The Cambridge Companion to Newton* (pp. 174-201) Cambridge: Cambridge University Press.

- _____ (2011). *Isaac Newton's scientific method. Turning data into evidence about gravity and cosmology*. New York: Oxford University Press.
- Janiak, A. (2000) Space, atoms and mathematical divisibility in Newton. *Studies in History and Philosophy of Science*, 31(2), pp. 203-230.
- _____ (2004) Introduction to Newton: Philosophical Writings. En Newton, I. (2004) *Newton: Philosophical Writings*. Janiak, A. (Ed.) (2000), pp. ix-xxxi.
- Janiak, A., Schliesser, E. (Eds.). (2012). *Interpreting Newton. Critical Essays*. New York: Cambridge University Press.
- Koyré, A. (1965). *Newtonian Studies*. London: Chapman and Hall.
- Newton, I. (1962). *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton. A Selection from the Portsmouth Collection in the University Library of Cambridge*. Hall, A. R. & Hall, M. B. (Eds.). Cambridge: Cambridge University Press.
- _____ (1965a). De motu corporum in gyrum. En Herivel, J. (1965). *The Background to Newton's 'Principia'. A Study of Newton's Dynamical Researches in the Years 1664-1684*. En Herivel, J. Oxford: Clarendon Press.
- _____ (1965b). De motu Corporum in Mediis Regulariter Cedenbitus. MS. Add. 3965. En Herivel, J. *The Background to Newton's 'Principia'. A Study of Newton's Dynamical Researches in the Years 1664-1684*. Oxford: Clarendon Press.
- _____ (1977). Óptica o Tratado de las Reflexiones, Refracciones, Inflexiones y Colores de la Luz. Solís, C. (Trad.). Madrid: Alfaguara.
- _____ (1987). *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*. Escohotado, A. (Trad.). Barcelona: Tecnos.
- _____ (1999) *The Principia. Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Cohen, I. B. & Whitmann, A. (Trad.). Budenz, J. (Asis.). Berkeley: University of California Press.
- _____ (2003). *Opticks, or, A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections, and Colours of Light*. New York: Prometheus Books.
- Spencer, Q. (2004). Do Newton's rules of reasoning guarantee truth... must they?. *Studies of History and Philosophy of Science*, 35, pp. 759-782.